

数 学

植物生命科学科，応用生物化学科	}	300 点
森林科学科，食料生産環境学科		
動物科学科		
共同獣医学科		200 点

9 時 30 分 ～ 11 時 30 分 (120 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は，1 から 5 までの計 5 問です。1 から 5 までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は 5 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答開始の合図があった後に，必ず解答用紙のすべてに，本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後，問題冊子及び解答用紙の表紙は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

(1) ${}_{10}C_0 + {}_{10}C_1 + {}_{10}C_2 + {}_{10}C_3 + \cdots + {}_{10}C_{10}$ を計算せよ。

(2) 不等式 $\log_3(\log_2(x-1) + \log_2(x-3)) < 1$ を満たす x の範囲を求めよ。

(3) $a = 1058$, $b = 2024$ とするとき, a と b の最大公約数を求めよ。さらに, 次の 2 つの条件を満たす a の約数 a' および b の約数 b' を求めよ。

・ a' と b' は互いに素である。

・ a' と b' の積は a と b の最小公倍数に等しい。

2 座標平面の原点を O とし, 3 点 $A(-2, 1)$, $B(2, 4)$, $C(1, 23)$ をとる。

次の問いに答えよ。

(1) 線分 OC が線分 AB と交わる点を P とするとき, ベクトル \overrightarrow{OP} を \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} を用いて表せ。

(2) s, t を実数とし, 点 Q が次の条件を満たしながら動くとき, 点 Q の存在範囲を求め図示せよ。

$$\overrightarrow{OQ} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}, \quad 0 \leq s + 2t \leq 1, \quad s \geq 0, \quad t \geq 0$$

(3) $a_1 = 1$ を満たす数列 $\{a_n\}$ の階差数列が初項 4 , 公比 2 の等比数列であるとき, $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(4) 点 R_n を $\overrightarrow{OR_n} = \frac{1}{a_n}\overrightarrow{OC}$ と表される点としたとき, R_n が (2) で求めた点 Q の存在範囲に含まれる最小の自然数 n を求めよ。

3 次の問いに答えよ。

(1) 以下の 3 進法で表された数を, 10 進法で表せ。

$$121_{(3)}$$

(2) 以下の 8 進法で表された数を, 2 進法で表せ。

$$1357_{(8)}$$

(3) 3 進法で表すと 3 桁となる正の整数で, 最も大きな数を 2 進法で表せ。また, 3 進法で表すと 3 桁となり 2 進法で表すと 5 桁となる正の整数は全部で何個あるかを 10 進法で表せ。

4 関数

$$f(x) = 2x(x^2 - 3x + 2)$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ。

- (2) m を定数とする。曲線 $y = f(x)$ に点 $(0, m)$ から引くことができる接線の本数を求めよ。

5 座標平面上において、点 P が円 $S: x^2 + y^2 = 16$ 上を動くとき、点 $A(a, 0)$ と点 P を結ぶ線分 AP の中点を Q とし、点 Q の軌跡を曲線 C とする。ここで、 $a \geq 0$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 C の方程式を求めよ。
- (2) 曲線 C と円 S の共通接線がちょうど 2 つ存在するように、 a の値の範囲を定めよ。
- (3) (2) の条件下において、直線 $y = kx$ が曲線 C と接するとき、 k を a を用いて表せ。ただし、 $k > 0$ とする。