

数 学

| 学 科(コース) | 配 点 |
|---|-------|
| 化学・生命理工学科(化学コース) | 100 点 |
| 化学・生命理工学科(生命コース), 物理・材料理工学科, システム創成工学科 | 200 点 |

9 時 30 分 ～ 10 時 30 分 (60 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、**1** から **3** までの計 3 問です。**1** から **3** までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は、**1** から **3** までの計 3 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答用紙の表紙は、計算用紙として適宜利用してよい。
5. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
6. 各解答用紙は、紙面の中央に印刷された縦線によって、左側と右側の二つの部分に分けられています。解答は、まず用紙の左側の部分に書き、それから右側の部分に続けなさい。
7. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
8. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
9. 試験終了後、問題冊子、解答用紙の表紙は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = 4^x - 2^{x+1} + 3^a$ は、 $x = b$ で最小値 $-\frac{2}{3}$ をとる。定数 a と b の値を求めよ。

(2) n を自然数とする。次の不等式が成り立つことを数学的帰納法によって証明せよ。

$$\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \frac{2n-1}{2\sqrt{n}}$$

2

次の問いに答えよ。

- (1) 3つの箱 A, B, Cがある。どの箱の中にも1から6までの番号札が1枚ずつ入っている。箱 A から1枚, 箱 B, Cからそれぞれ2枚の番号札を取り出す。箱 A から取り出された札の番号を a , 箱 B から取り出された札の番号を b_1, b_2 , 箱 C から取り出された札の番号を c_1, c_2 とする。 a が b_1, b_2, c_1, c_2 のいずれとも一致しない確率を求めよ。

- (2) 次の関数 $f(x)$ が, $x = 0$ で連続であるか不連続であるかを調べよ。

$$(a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{|x|} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + x}{|x|} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

3

次の問いに答えよ。

- (1) $0 < q < 10$, $a > 0$, $b > 0$ とする。 xy 平面上に原点 O , 点 $A(5, q)$, 点 $B(0, q)$, 点 $C(5, 10)$ がある。曲線 $y = -a(x - 5)^2 + q$ は原点 O を通るとし, この曲線と直線 OA で囲まれた図形の面積を S_1 とする。曲線 $y = bx^2 + q$ は点 C を通るとし, この曲線と直線 BC で囲まれた図形の面積を S_2 とする。 $S_1 = S_2$ のとき, a, b の値を求めよ。

- (2) $a > 0$, $b > 0$, $a \neq b$ とする。楕円 C が媒介変数 θ を用いて,

$$\begin{cases} x = a \cos \theta \\ y = b \sin \theta \end{cases} \quad (-\pi \leq \theta < \pi)$$

と表される。 $\theta = \frac{\pi}{4}$ に対応する C 上の点を A とする。 C 上の点 A における接線 ℓ の傾きを a, b を用いて表せ。また, ℓ に平行で ℓ とは異なる C の接線 m の方程式を求めよ。